ثانوية الثنية متعددة الإختصاصات

سلسلة تمارين الدوال المرجعية السنة الأولى جذع مشترك علوم و تكنولوجيا

تمرين رقم 1 :

1 -قارن بين : $7,003^2$ و $7,002^2$

2 -قارن بين : $(-1,99)^2$ و $(-2,01)^2$

3 -قارن بين : $-43,14^2$ و -47^2

4 -قارن بين : $(x+2)^2$ و $(x+3)^2$ إذا علمت أن $x \geq 0$

5 -قارن بين : $(1-x)^2$ و $(2-x)^2$ إذا علمت أن $x \geq 2$

تمرين رقم 2 :

عين اتجاه تغير كل دالة من الدوال الآتية :

1 -الدالة f على المجال $[2\ ,\ 3]$: $f(x)=4(x-3)^2+1$

2 -الدالة g على المجال $]-\infty\ ,\ -1]$: $g(x)=-2(x+1)^2+7$

3 -الدالة h على المجال $]-\infty\ ,\ -1]$: $h(x)=3(x+1)^2-7$

تمرين رقم 3 :

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$$f(x)=(x-4)^2+5$$

بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)-f(4)\geq 0$
استنتج أكبر قيمة ممكنة للدالة f

تمرين رقم 4 :

(C) هو التمثيل البياني للدالة مربع و (E) هو : التمثيل البياني للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $f(x)=(x-2)^2-1$

أ- أنشئ (C)

ب- اشرح كيف يمكن استنتاج (E) انطلاقا من (C). أنشئ (E)

تمرين رقم 5 :

في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ نعتبر النقطتين $A(-1,2)$ و $B(1,4)$

1-أ- عين العددين الحقيقيين a, b بحيث المنحنى الممثل للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=ax^2+bx$ يشمل النقطتين A و B

ب- أدرس تغيرات الدالة f المحصل عليها ثم ارسم بيانها (C_f)

2- ما هي الدالة التألفية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة $g(x)=mx+p$ التي منحاها يمر من A و B

3- استعمل المنحنيين السابقين لحل المتراجحة $0 \langle 3x^2-3$.

التمرين رقم 6 :

f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كمايلي : $f(x)=\dfrac{2x+1}{x+1}$

1 -برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x بحيث $x\neq -1$ لدينا : $f(x)=2-\dfrac{1}{x+1}$

2 -أدرس تغيرات f ثم شكل جدول تغيراتها

3 -أحسب $f\left(-\dfrac{1}{2}\right)$ ، $f(0)$ ، $f(-2)$ ، $f(1)$

4 -أنشئ (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب للمعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$

التمرين رقم 7 :

f هي الدالة المعرفة على $]-\infty,0]$ كمايلي : $f(x)=\sqrt{-2x}$

1 -أدرس تغيرات f ثم شكل جدول تغيراتها

2 -مثل بيانيا f على المجال $[-8,0]$ في معلم متعامد و متجانس

التمرين رقم 8 :

(C) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على المجال $]-2,+\infty[$ كمايلي :

$f(x)=1+\sqrt{2+x}$ و (H) هو التمثيل البياني لدالة الجذر التربيعي.

1- أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

2- بين أنه يمكن استنتاج المنحنى (C) انطلاقا من المنحنى (H) بانسحاب يطلب تعيين شعاعه . أنشئ (C)

التمرين رقم 9 :

ضع على الدائرة المثلثية النقط التي صورها :

$$\frac{\pi}{6}\ ,\ \frac{7\pi}{6}\ ,\ \frac{11\pi}{3}\ ,\ \frac{133\pi}{3}\ ,\ \frac{5\pi}{4}\ ,\ \frac{-7\pi}{4}\ ,\ \frac{-13\pi}{4}\ ,\ \frac{-16\pi}{3}\ ,\ \frac{-23687\pi}{6}$$

التمرين رقم 10 :

عين في كل حالة من الحالات التالية العدد x

من المجال $[0,\pi]$:

$$\sin x=-1\ ,\ \cos x=\frac{1}{\sqrt{2}}\quad \cos x=0\ ,\ \sin x=\frac{1}{2}\ ,\ \cos x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

التمرين رقم 11 :

أحسب القيم المضبوطة لجب و جب تمام الأعداد الآتية :

$$\frac{\pi}{6}\ ,\ \frac{-5\pi}{6}\ ,\ \frac{4\pi}{3}\ ,\ 120\pi\ ,\ 213\pi\ ,\ -789\pi\ ,\ \frac{-193\pi}{3}\ ,\ \frac{115\pi}{4}$$

التمرين رقم 12 :

1 -عين الأعداد الحقيقية x من المجال $\left[-\frac{\pi}{2},2\pi\right]$ حيث : $\cos x \geq 0$

2 -عين الأعداد الحقيقية x من المجال $[-2\pi,3\pi]$ حيث $\sin x \leq \frac{1}{2}$

التمرين رقم 13 :

1 -إذا علمت أن $\cos\frac{\pi}{12}=\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}$ فأوجد القيمة المضبوطة لـ $\sin\frac{\pi}{12}$

2 -استنتج أن $\tan\frac{\pi}{12}=2-\sqrt{3}$

3 -أستنتج قيمة كل من

$$\sin\frac{23\pi}{12}\ ,\ \cos\frac{23\pi}{12}\ ,\ \sin\frac{13\pi}{12}\ ,\ \cos\frac{13\pi}{12}\ ,\ \sin\frac{11\pi}{12}\ ,\ \cos\frac{11\pi}{12}$$

التمرين رقم 14 :

f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$f(x)=x^2$ إذا كان $x \le 0$

$f(x)=\sqrt{x}$ إذا كان $0 < x \le 1$

$f(x)=\frac{1}{x}$ إذا كان $x > 1$

1 -مثل بيانيا الدالة f

2 -حل بيانيا ثم جبريا المتراجحة $f(x)\le\frac{1}{4}$

التمرين رقم 15 :

هل يوجد مستطيل مساحته $153\,m^2$ و محيطه $52m$

التمرين رقم 16 :

لتكن الدالة f معرفة من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x بالعبارة : $f(x)=\frac{6}{x}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني لها في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1- أدرس تغيرات f ثم ارسم منحناها البياني (C_f)

2-أ- هل النقطتان $A(6,1)$ و $B(-2,-3)$ من المنحنى (C_f)

ب- أوجد الدالة التآلفية g التي تمثل المستقيم (AB) ثم ارسم هذا المستقيم

ج- استعمل بيانيا الدالتين f و g لتعيين إشارة المقدار $\left(\frac{6}{x}-\frac{1}{x}x+2\right)$

التمرين رقم 17 :

نعطي ثلاث دوال f, g, h المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارات :

$$h(x)=x^2 \quad , \quad g(x)=4x-3 \quad , \quad f(x)=x-4$$

و دالة k المعرفة من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x

و ليكن (γ_1) , (γ_2) , (γ_3) , (γ_4) منحاياتها البيانية على الترتيب

1- أرسم (γ_1) , (γ_2) , (γ_3) , (γ_4)

2- (γ_1) يقطع (γ_4) في نقطتين C و D

(γ_2) يقطع (γ_3) في نقطتين A و B فاصلة B سالبة

أ- أنشر $(x-1)(x-3)$ ثم استنتج إحداثيات النقط A , B , C , D

ب- برهن أن الرباعي $ABCD$ شبه منحرف

التمرين رقم 18 :

I- f دالة تآلفية معرفة بـــ : $f(x)=3x-5$

g دالة تآلفية أخرى : $g(x)=-2x+5$

1 -أنشئ (C_f) و (C_g) المنحنيين الممثلين لــ f و g في المعلم (O, i, j)

2 -حل بيانيا $f(x)=g(x)$, $f(x) \rangle g(x)$

(C_f) دالة تآلفية تحقق : $h(1)=-5$, $h(2)=-2$

1 -أوجد عبارة h

2 -أنشئ (C_h) المنحنى الممثل لــ h في نفس المعلم

3 -ماذا تستنتج ؟

التمرين رقم 19 :

f , g , h ثلاث دوال معرفة بـــ :

$$f(x)=\frac{2x-3}{x+1} \quad , \quad g(x)=x^2+3x+2 \quad , \quad h(x)=|x+2|+|-x+3|$$

1 – عين مجموعة تعريف كل دالة

2 أ– بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x)=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$

ب– بين أنه من أجل كل من D_f : $f(x)=2-\frac{5}{x+2}$

3 –أكتب دون رمز القيمة المطلقة $h(x)$

4 –أدرس تغيرات كل دالة مستنتجا جدول تغيراتها

5 –أحسب $g(0)$, $f(0)$, $h(0)$ فسر هندسيا

6 –حل كل معادلة $h(x)=0$, $g(x)=0$, $f(x)=0$ فسر هندسيا

7 –أنشئ (C_f) , (C_g) , (C_h) كل على حدى

8 – k هي الدالة المعرفة بـــ $k(x)=x+2$

أ– أنشئ (C_k) في نفس معلم (C_g)

ب– حل بيانيا مايلي : $g(x) \le k(x)$, $g(x) \ge k(x)$

التمرين رقم 20 :

f و g دالتان معرفتان : $g(x)=2x-3$, $f(x)=x^2+5x-3$

(C_f) و (C_g) تمثيلهما البيانيان في المعلم (O, i, j) متعامد

1 –حل المتراجحتين $g(x) \rangle f(x)$ و $f(x) \rangle g(x)$

2 –فسر النتاج بيانيا

الحل النموذجي لسلسة التمارين

تمرين رقم 1 :

1 – $7,003^2 \rangle 7,002^2$ لأن الدالة مربع متزايدة على $\mathbb{R}^+$

2 – $(-2,01)^2 \rangle (-1,99)^2$ لأن الدالة مربع متناقصة على $\mathbb{R}^+$

3 – $-43,14^2 \rangle -47^2$ لأن $43,14^2 \rangle 47^2$

من أجل x_1 و x_2 من $]-\infty,-1[$:

إذا كان: $x_1 < x_2$ فان $f(x_1) < f(x_2)$

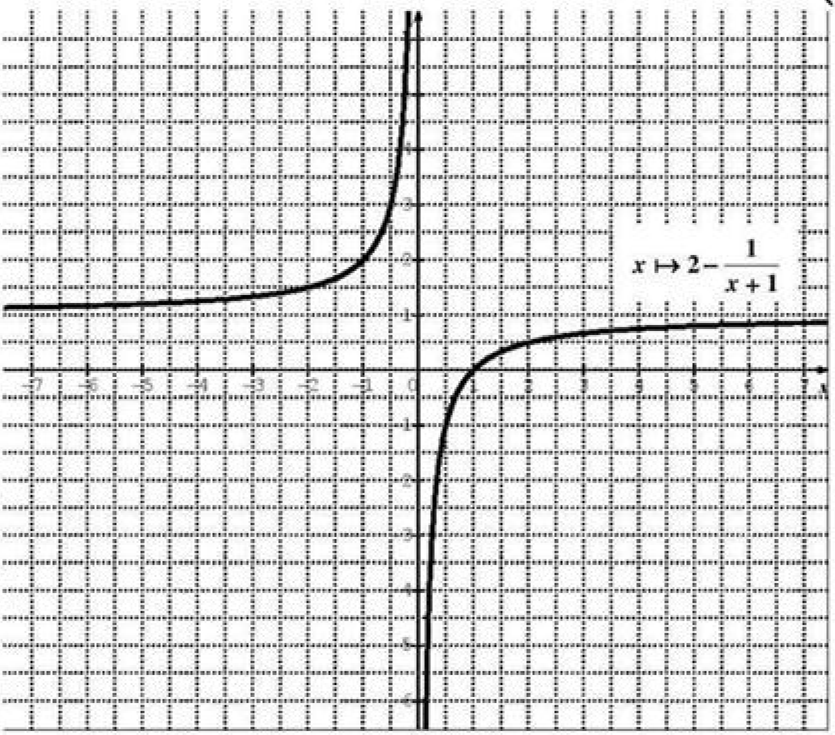
بمعنى f متزايدة على $]-\infty,-1[$

f متزايدة على $]-1,-\infty[$

جدول التغيرات:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	↗	‖	↗

إنشاء (C_f) :



2−يمكن استنتاج منحنى الدالة f انطلاقا من منحنى الدالة مقلوب بانسحاب شعاعه$\vec{v}(-1;2)$

التمرين رقم 7 :

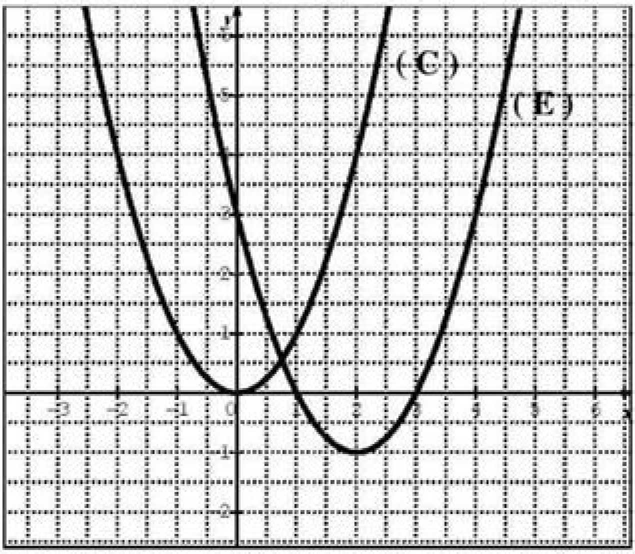
1− تغيرات f و جدول تغيراتها:

من أجل كل x_1 و x_2 من $]-\infty,0[$ ، $x_1 < x_2$ فان $-x_1 > -x_2$

تمرين رقم 4 :

$$f(x)=(x-2)^2-1$$

أ- تمثيل (C):



ب- ننشئ (E) انطلاقا من (C) بانسحاب شعاعه $\vec{v}(2;-1)$.

تمرين رقم 5 :

1-أ- تعين a و b:

$f(x)=ax^2+bx$ و $f(-1)=2$ و $f(1)=4$

أي $a-b=2$ و $a+b=4$

بالجمع : $2a=6$ أي $a=3$ و منه $b=1$

ومنه $f(x)=3x^2+x$

ب- دراسة تغيرات f :

$$f(x)=3\left(x+\frac{1}{6}\right)^2-\frac{1}{12}$$

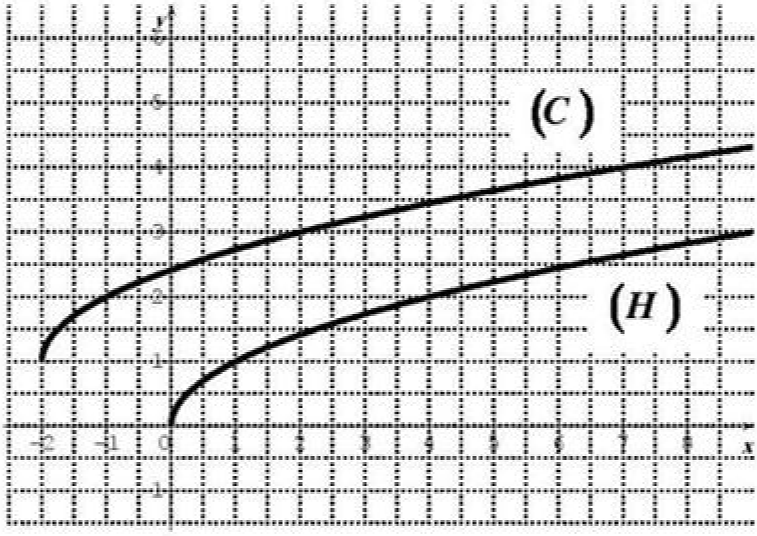
f متزايدة على المجال $\left]-\frac{1}{6},+\infty\right[$ و متناقصة على المجال $\left]-\infty,-\frac{1}{6}\right[$

x	$-\infty$	$\frac{-1}{6}$	$+\infty$

2- نستنتج (C) انطلاقا من المنحنى

الدالة جذر تربيعي بانسحاب شعاعه $\vec{v}\,(-2,1)$

إنشاء (H) و (C) :



<u>التمرين رقم 10 :</u>

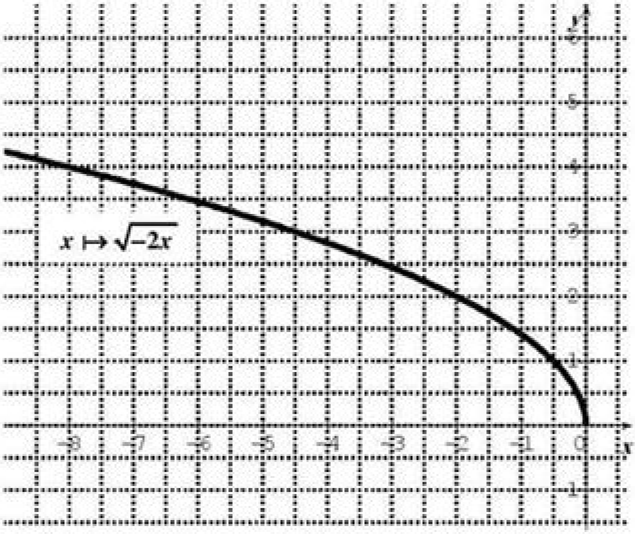
تعيين قيم x في المجال $[0\ ,\ \pi]$

- $\cos x = 0$ معناه $x = \frac{\pi}{2}$
- $\sin x = \frac{1}{2}$ معناه $x = \frac{\pi}{6}$ أو $x = \frac{5\pi}{6}$
- $\cos x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ معناه $x = \frac{5\pi}{6}$
- $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ معناه $x = \frac{\pi}{4}$
- $\sin x = -1$ معناه لا يوجد

أي $-2x_1 \langle -2x_2$ و منه $\sqrt{-2x_1} \langle \sqrt{-2x_2}$ بمعنى f متناقصة على $]-\infty,0]$

x	$-\infty$	0
$f(x)$	↘	

المنحنى (C_f)



التمرين رقم 8 :

من أجل كل x_1 و x_2 من المجال $]-2,+\infty[$ ، $x_1 \langle x_2$

$x_1 \langle x_2$ أي $x_1+2 \langle x_2+1$ أي $\sqrt{x_1+2} \langle \sqrt{x_2+2}$

و منه $\sqrt{x_2+2}+1$ $\sqrt{x_1+2}+1$ أي $f(x_1) \langle f(x_2)$

بمعنى f متزايدة على المجال $]-2,+\infty[$

x	-2	$+2$
$f(x)$	↗	

4 -بما أن $x \geq 0$ فإن $x+2 < x+3$ و $x+3 > 0$ و $x+2 > 0$

أي $(x+2)^2 < (x+3)^2$

5 بما أن $x \geq 2$ أي $-x \leq -2$ أي $1-x \leq -1$ و $2-x \leq 0$ أي $1-x < 2-x$ مع

$2-x$ و $1-x$ سالبان إذا : $(2-x)^2 < (1-x)^2$

تمرين رقم 2 :

اتجاه تغير كل دالة :

-1 $x \in [2,3]$ بمعنى $x < 3$ أي $x-3 < 0$

نفرض x_2 و x_1 من $[2,3]$ أي $x_1 < 3$ و $x_2 < 3$ و $x_1 < x_2$

و منه $4(x_1-3) < 4(x_1-3)$ أي $4(x_2-3)^2+1 < 4(x_1-3)^2+1$

أي $f(x_2) < f(x_1)$ إذا : f متناقصة على المجال $[2,3]$

-2 نفرض x_2 و x_1 من المجال $]-\infty,-1]$ ، $x_1 < x_2$

أي $x_1+1 < x_2+1$ مع x_1+1 و x_2+1 سالبان

و منه $(x_2+1)^2 < (x_1+1)^2$ أي $-2(x_1+1)^2 < -2(x_2+1)^2$ أي $-2(x_1+1)^2$ أصغر من $-2(x_2+1)^2$ بمعنى $g(x_1) < g(x_2)$

و عليه g متزايدة على المجال $]-\infty,-1]$

-3 بنفس الطريقة نجد أن : h متناقصة على المجال $]-\infty,-1]$

تمرين رقم 3 :

1 -لدينا $f(x) = (x-4)^2+5$

لدينا $f(4) = 5$

$f(x)-4 = (x-4)^2+5-5$

أي: $f(x)-4 = (x-4)^2$

بمعنى: $f(x)-4 \geq 0$

2 -نستنتج أن: $f(x) \geq 4$

أي أن أكبر قيمة ممكنة للدالة f هي 4.

$D(1,-3)$; $C(3,-1)$; $A(1,1)$; $B(3,9)$ إحداثيات النقط

التمرين رقم 18 :

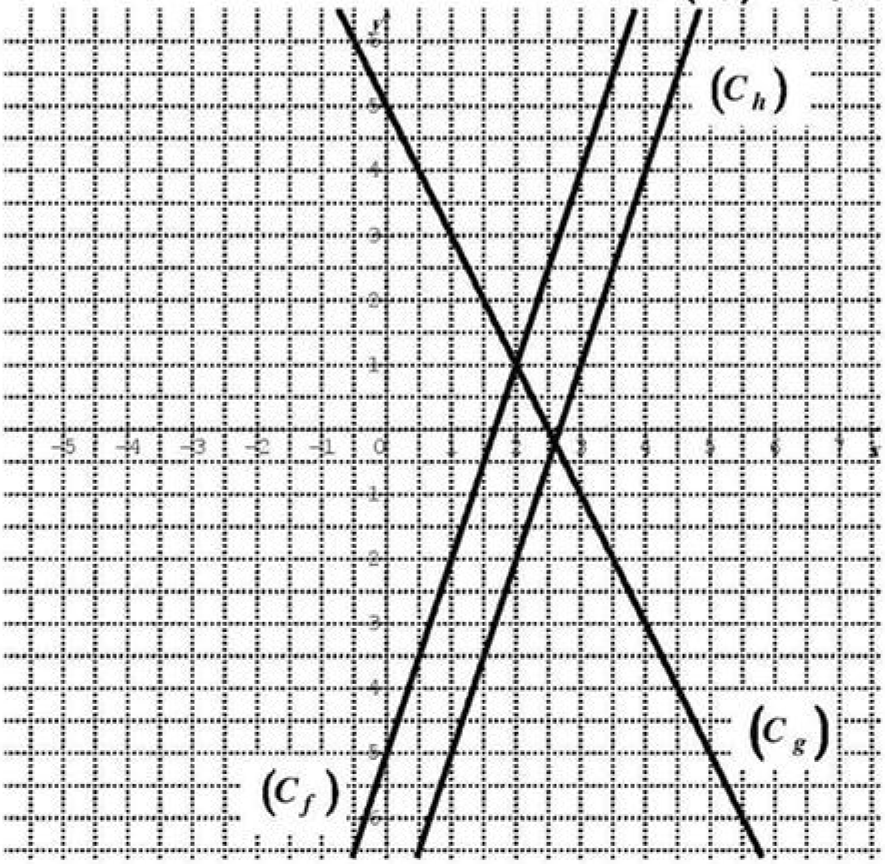
$x \mapsto f(x) = 3x - 5$

x	1	2
y	-2	1

$x \mapsto g(x) = -2x + 5$

x	1	2
y	3	1

1- إنشاء (C_f) و (C_g) و (C_h) :



2- $f(x) = g(x)$ معناه $x = 2$

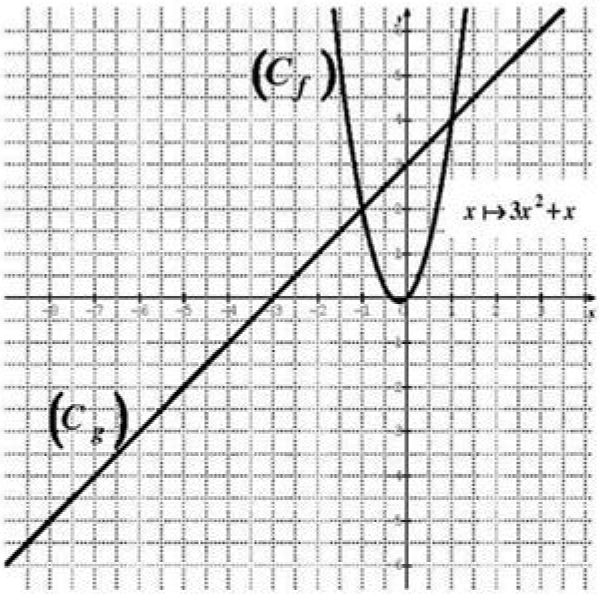
$f(x) \rangle g(x)$ معناه $x \in]2, +\infty[$

3- $h(+1) = -5$ و $h(2) = -2$

$a + b = -5$ و $2a + b = -2$

$f(x)$	↘ $\frac{-1}{12}$ ↗

إنشاء (C_g) و (C_f) :



2- الدالة التآلفية g التي يمر منحاها من A و B :

$m+p=4$ ، $-m+p=2$

بالجمع : $2p=6$ أي $p=3$ و $m=1$

الدالة التآلفية $g(x)=x+3$

3- حل المتراجحة $3x^2-3 \ge 0$:

$3x^2+x-x-3=f(x)-g(x)$ أي $3x^2-3=f(x)-g(x)$

$3x^2-3 \ge 0$ معناه $f(x)-g(x) \ge 0$ بمعنى $x \in]-\infty,-1] \cup [1,+\infty[$

التمرين رقم 6 :

1- $f(x)=\frac{2x+1}{x+1}=\frac{2x+2-1}{x+1}=\frac{2(x+1)}{x+1}-\frac{1}{x+1}$

ومنه $f(x)=2-\frac{1}{x+1}$

2- تغيرات f على $IR-\{-1\}$:

التمرين رقم 16 :

$$f(x)=\frac{6}{x}$$

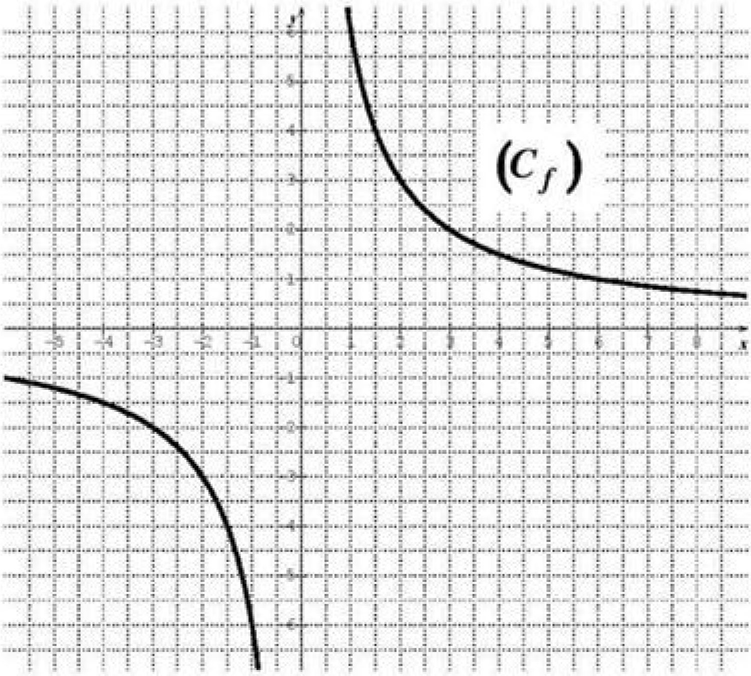
تغيرات f و جدول تغيراتها :

f متناقصة على المجال $]0,+\infty[$ و متناقصة على المجال $]-\infty,0[$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$		‖	

إنشاء (C_f) : نستعين بالجدول :

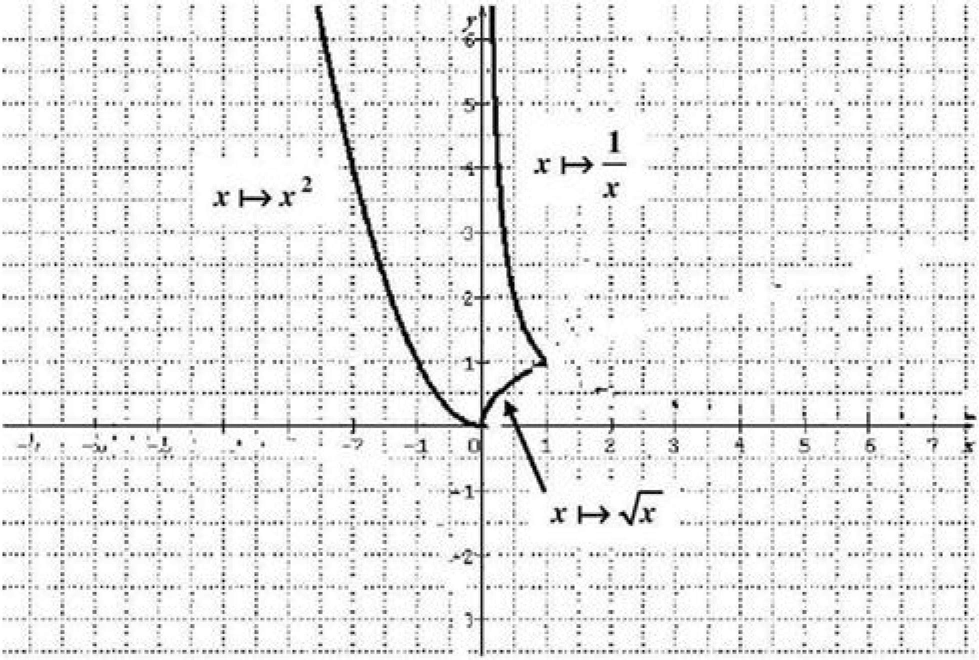
x	1	2	3	6
$f(x)$	6	3	2	1



2- إيجاد الدالة التآلفية g :

التمرين رقم 14 :

تمثيل f



التمرين رقم 15 :

هل يوجد مستطيل مساحته $153\,m^2$ و محيطه $52m$

نعتبر y و x أبعاد المستطيل

أي $52 = 2(x+y)$ و $153 = x \times y$ و $x \rangle 0$, $y \rangle 0$ أي $26 = x + y$ و $153 = x \times y$

و عليه $y = 26 - x$ و $y = \frac{153}{x}$

و بالتالي $26 - x = \frac{153}{x}$ و عليه $x^2 - 26x + 153 = 0$

و منه $(x-13)^2 - 4 = 0$ و منه $(x-17)(x-9) = 0$ و منه $x = 17$ أو $x = 9$

يوجد مستطيل طوله $17m$ و عرضه $9m$ يحقق الشرطين.

$g(6)=1$ و $g(-2)=-3$ أي $6a+b=1$ و $-2a+b=-3$

بالطرح : $8a=4$ أي $a=\frac{1}{2}$ و منه : $b=-2$ أي $g(x)=\frac{1}{2}x-2$

3- تعيين إشارة المقدار $\frac{6}{x}-\frac{1}{2}x-2$

$\frac{6}{x}-\frac{1}{2}x-2$ لما $x=1$ أو $x=-2$

$\frac{6}{x}-\frac{1}{2}x-2>0$ لما : $x\in]-\infty,-2[\cup]0,1[$

$\frac{6}{x}-\frac{1}{2}x-2<0$ لما $x\in]-2,0[\cup]1,+\infty[$

التمرين رقم 17 :

$(\gamma_1):y=x-4$

x	2	3
y	-2	-1

$(\gamma_2):y=4x-3$

x	1	0
y	1	-3

$(\gamma_4):y=\frac{-3}{x}$

x	1	-1	3	-3
y	-3	3	-1	1

$(\gamma_3):y=x^2$